

Dieses Dokument wurde von **Christian Buth** erstellt.

Es ist auf meinen Internetseiten unter

<http://www.Christian.Buth.mysite.de>

*frei* erhältlich.

Sollten Sie Probleme mit der Anzeige haben oder einen

Fehler entdecken, wenden Sie sich bitte an

[cbuth@ix.urz.uni-heidelberg.de](mailto:cbuth@ix.urz.uni-heidelberg.de) .

© 2000 Christian Buth. Dieser Text ist nach allen nationalen und internationalen Regeln urheberrechtlich geschützt. Das Verändern und anschließende Veröffentlichen unter meinem Namen ist verboten – auch auszugsweise. Das Veröffentlichen und Verbreiten unter einem anderen als meinem Namen ist nicht erlaubt. Das Dokument kann für nichtkommerzielle Zwecke aber hemmungslos verbreitet und kopiert werden, sofern es unverändert bleibt. Kommerzielle Nutzung jeglicher Art – auch auszugsweise – ist nur nach Rücksprache gestattet.

## §1 Quadratische Gleichungen

**M 1.1:** (1. allgemeine Lösungsformel für quadratische Gleichungen) Es wird eine Gleichung 2.-Grades angenommen, welche folgende Form hat:  $ax^2 + bx + c = 0$ . Durch die normalerweise verwendete quadratische Ergänzung wird diese Gleichung allgemein nach x aufgelöst:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}^2}{2a} &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \cdot \left(x + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow x + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0 \vee x + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} &= 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \vee x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

Die Diskriminante  $D = b^2 - 4ac$  entscheidet ob die Gleichung eine Lösung,  $D = 0$ , hat, zwei Lösungen,  $D > 0$ , hat oder ob sie in dem Bereich der reellen Zahlen nicht lösbar ist,  $D < 0$ .

**M 1.2:** (2. allgemeine Lösungsformel für quadratische Gleichungen) Es wird eine Gleichung 2.-Grades angenommen, welche folgende Form hat:  $x^2 + px + q = 0$ . Durch die normalerweise verwendete quadratische Ergänzung wird diese Gleichung allgemein nach x aufgelöst:

$$\begin{aligned}
x^2 + px + q &= 0 \\
\Leftrightarrow x^2 + px + \frac{p^2}{4} - \left(\frac{p^2}{4} - q\right) &= 0 \\
\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}^2 &= 0 \\
\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right) \cdot \left(x + \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right) &= 0 \\
\Leftrightarrow x + \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = 0 \vee x + \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} &= 0 \\
\Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \vee x = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} & \\
\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} &
\end{aligned}$$

Die Diskriminante  $D = \frac{p^2}{4} - q$  entscheidet ob die Gleichung eine Lösung,  $D = 0$ , hat, zwei Lösungen,  $D > 0$ , hat oder ob sie in dem Bereich der reellen Zahlen nicht lösbar ist,  $D < 0$ .

**M 1.3:** (*Satz von Vieta*) Wenn man zwei Lösungen einer quadratischen Gleichung überprüfen möchte, so hat man folgende Möglichkeiten (für M 1.1 und M 1.2):

*Durch Addition der Lösungen:*

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 &= -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \\
\Leftrightarrow x_1 + x_2 &= -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \\
\Leftrightarrow x_1 + x_2 &= -p
\end{aligned}$$

*Durch Multiplikation der Lösungen:*

$$\begin{aligned}
x_1 \cdot x_2 &= -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right) \\
\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= \frac{p^2}{4} + \frac{p}{2} \cdot \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \left(\frac{p^2}{4} - q\right) \\
\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{4} + q \\
\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= q
\end{aligned}$$

*Durch Addition der Lösungen:*

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b - b + \sqrt{b^2 - 4ac} - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

*Durch Multiplikation der Lösungen:*

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac}) \cdot (-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{b^2 + b \cdot \sqrt{b^2 - 4ac} - b \cdot \sqrt{b^2 - 4ac} - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{c}{a}$$