

Dieses Dokument wurde von **Christian Buth** erstellt.

Es ist auf meinen Internetseiten unter

<http://www.Christian.Buth.mysite.de>

frei erhältlich.

Sollten Sie Probleme mit der Anzeige haben oder einen

Fehler entdecken, wenden Sie sich bitte an

cbuth@ix.urz.uni-heidelberg.de .

© 2000 Christian Buth. Dieser Text ist nach allen nationalen und internationalen Gesetzen urheberrechtlich geschützt. Das Verändern und anschließende Veröffentlichen unter meinem Namen ist verboten – auch auszugsweise. Das Veröffentlichen und Verbreiten unter einem anderen als meinem Namen ist nicht erlaubt. Das Dokument darf jedoch zu nichtkommerziellen Zwecken verbreitet und kopiert werden, sofern es unverändert bleibt. Kommerzielle Nutzung jeglicher Art – auch auszugsweise – ist nur mit einer schriftlichen Erlaubnis des Autors gestattet.

D1.1: Definition (Normbedingungen): Die Veränderung von charakteristischen Größen der Gase machen es nötig sich bei einigen Gleichungen auf spezielle Bedingungen zu beziehen, bei denen beispielsweise eine Konstante einen bestimmten Wert hat. Hierzu wählt man die Normbedingungen. Hierunter versteht man eine Temperatur von: $\vartheta = 0^\circ\text{C}$ und einen Druck von $p = 1013,25\text{ hPa}$.

§1 Die Dichte von Stoffen

Wenn man die beiden Eigenschaften, Masse und Volumen, von Stoffen betrachtet, so zeigt sich, dass das Volumen eines Stoffes seiner Masse proportional ist: $m \sim V$. Diese Gegebenheit ist leicht ersichtlich, denn ein Würfel aus Eisen mit einer Kantenlänge $l = 1\text{ cm}$ hat ein Volumen $V_w = 1\text{ cm}^3$, ein stofflich gleicher Quader, der aus zwei, dem vorher erwähnten Würfel gleichartigen, besteht, beansprucht ein Volumen $V_Q = 2\text{ cm}^3$. Wie mit dem Volumen, so mit der Masse: Der Eisenwürfel hat eine Masse von $m_w = 7,9\text{ g}$, der Quader, welcher aus zwei gleichartigen Eisenwürfeln der Kantenlänge $l = 1\text{ cm}$ besteht, hat aus leicht ersichtlichen Gründen auch die doppelte Masse, nämlich $m_Q = 15,8\text{ g}$. Wenn zwei physikalische Größen

einander proportional sind, so ist deren Quotient konstant: $\frac{m}{V} = \text{const.}$ Die Konstante erhält einen Namen, sie wird fortwährend nur noch als die Dichte eines Stoffes bezeichnet. Als Formelzeichen nimmt man den griechischen Buchstaben Rho ρ und schreibt $\rho = \frac{m}{V}$. Da beide Größen zueinander proportional sind, wäre es

auch denkbar den Kehrwert $\frac{V}{m} = \text{const.}$ als neue physikalische Größe zu definieren [, wie man es bereits bei

der Proportion $U \sim I$ getan hat. Man nenn $R = \frac{U}{I}$ den Widerstand und $G = \frac{I}{U}$ die Leitfähigkeit. Eine

Analoge Definition des Quotienten $\frac{V}{m}$ wäre möglich. Er würde dann nicht die Dichte, also Masse von

1 cm^3 , sondern die „Ausdehnung“, das heißt das beanspruchte Volumen, von 1 g eines Stoffes bedeuten. Da sich aber die Proportionalitätskonstanten reziprok zueinander verhalten, die Dichte ist gleich dem Kehrwert der „Ausdehnung“, ist die Definition beider neuer Größen nicht erforderlich.] Zu beachten ist allerdings, dass der Quotient sich bei Druck oder Temperaturänderungen verändert. Deshalb hat man die sogenannte Normdichte ρ_N eingeführt. Hier wird der Quotient unter den bei D1.1 festgelegten Bedingungen angegeben. Die Einführung der Normdichte ist besonders für Gase bedeutsam, da hier sich bei Temperatur oder Druckveränderungen große Volumenveränderungen ergeben können. Die Einheit der neuen, abgeleiteten physikalischen Größe ist: $[\rho] = \frac{1\text{ kg}}{1\text{ m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Zweckmäßigerweise gibt man die Dichte fester Stoffe meist in

Vielfachen oder Bruchteilen von $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ oder, bei Gasen, von $1 \frac{\text{g}}{\text{l}}$ an.

G1.1: Dichte: Bei gleichbleibender Temperatur und Druck ist das Volumen einer abgeschlossenen Stoffportion proportional zu ihrer Masse: $m \sim V \Rightarrow m = C \cdot V \Rightarrow m = \tilde{n} \cdot V$.
 $C = \tilde{n}$

§2 Die Gasgesetze

G2.1: [GAY-LUSSAY (1802)] Volumen-Temperatur-Gesetz: Bei gleichbleibendem Druck ist das Volumen einer eingeschlossenen Gasportion proportional zur KELVIN-Temperatur: $V \sim T \Rightarrow V = C \cdot T$. Durch

Umformen und Gleichsetzen von $V_1 = C \cdot T_1 \wedge V_2 = C \cdot T_2 \Leftrightarrow C = \frac{V_1}{T_1} \wedge C = \frac{V_2}{T_2} \Leftrightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ erhält man das

Volumen-Temperatur-Gesetz: $\Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}; p, n = \text{const.}$

G2.2: [AMONTONS (1701)] Druck-Temperatur-Gesetz: Bei gleichbleibendem Volumen ist der Druck einer eingeschlossenen Gasportion proportional zur KELVIN-Temperatur: $p \sim T \Rightarrow p = C \cdot T$. Durch Umformen und Gleichsetzen von $p_1 = C \cdot T_1 \wedge p_2 = C \cdot T_2 \Leftrightarrow C = \frac{p_1}{T_1} \wedge C = \frac{p_2}{T_2} \Leftrightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ erhält man das Druck-Temperatur-Gesetz: $\Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}; p, n = \text{const.}$

G2.3: Druck-Volumen-Temperatur-Gesetz: Bei gleichbleibender Stoffmenge ist das Produkt aus Druck und Volumen proportional zur KELVIN-Temperatur: Nach den Gesetzen für die Proportionalität, werden $V \sim T$ und $p \sim T$ verknüpft zu $T \sim p \cdot V \Rightarrow T = C_1 \cdot p \cdot V$.

Durch Umformen und Gleichsetzen von $T_1 = C \cdot p_1 \cdot V_1 \wedge T_2 = C \cdot p_2 \cdot V_2 \Leftrightarrow C = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \wedge C = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$ erhält man das Druck-Volumen-Temperatur-Gesetz: $\Leftrightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}; n = \text{const.}$

G2.4: AVOGADRO-Gesetz: Bei gleichbleibender Temperatur und Druck nehmen gleiche Stoffmengen zweier idealen gasförmigen Stoffe den gleichen Raum ein.

Wenn das Volumen und die Stoffmenge eines beliebigen idealen Gases bekannt sind, so lässt sich die Stoffmenge jedes anderen beliebigen Volumen eines idealen Gases berechnen, denn, nach AVOGADRO, sind in gleichen Volumina bei konstantem Druck und Temperatur gleich viele Teilchen, daraus folgt, dass das Volumen proportional zu der Stoffmenge ist, da bei doppeltem Volumen, nach AVOGADRO, auch doppelt so viele Teilchen sein müssen (es ist ja das Zweifache des Ausgangsvolumens, also auch die zweifache Stoffmenge): $V \sim n$.

G2.5: Volumen-Stoffmengen-Gesetz: Bei gleichbleibender Temperatur und Druck ist das Volumen einer abgeschlossenen Gasportion proportional zu ihrer Stoffmenge: $V \sim n \Rightarrow V = C \cdot n \xrightarrow{C=:V_{\text{mol}}} V = V_{\text{mol}} \cdot n$. Die

Konstante V_{mol} ist das Volumen, welches ein beliebiges ideales Gas bei 1 mol Stoffmenge annimmt. Bei

$$V = 22,4 \frac{\text{mol}}{1}.$$

§2.3 Ableitung der allgemeinen Gasgleichung für ideale Gase

Viele Naturwissenschaftler haben sich schon mit dem gasförmigen Aggregatzustand beschäftigt und versucht ihre Beobachtungen durch mathematische Abstraktion in allgemeingültigen Naturgesetzen zu formulieren. Hierbei sind sie zu folgenden Erkenntnissen gekommen: $V \sim T$, $V \sim n$, $p \sim T$.

Das Druck-Volumen-Temperatur-Gesetz bedeutet $T \sim p \cdot V \Rightarrow T = C_1 \cdot p \cdot V$. Eine ähnliche Verknüpfung von Proportionalitäten ist mit $p \sim T$ und $V \sim n$ zu $p \cdot V \sim n \cdot T \Rightarrow p \cdot V = R \cdot n \cdot T$ möglich. Dies ist die *allgemeine Gasgleichung für ideale Gase*, mit der *allgemeinen Gaskonstante* R als Proportionalitätskonstanten.